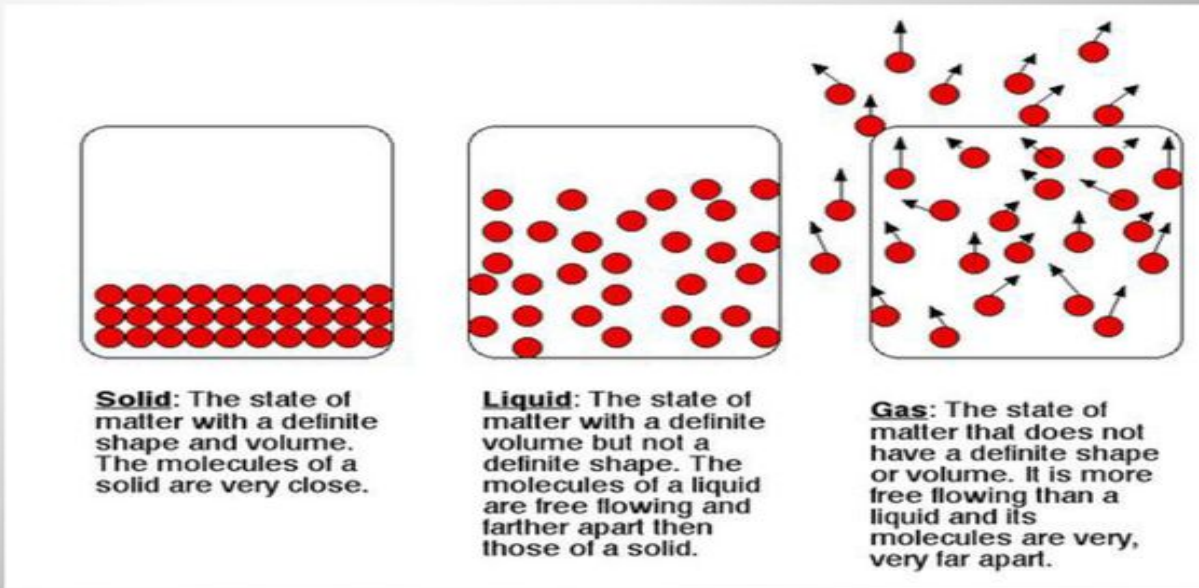


Механика флуида



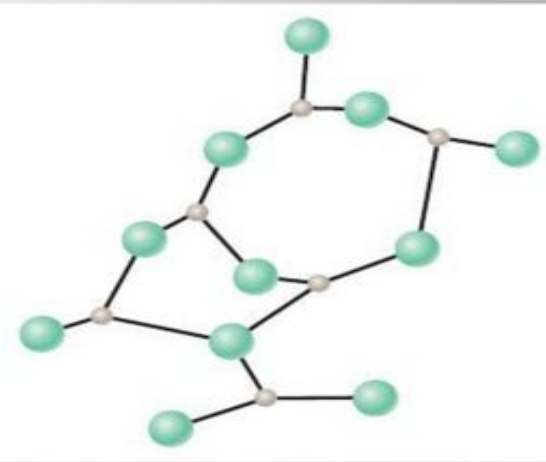
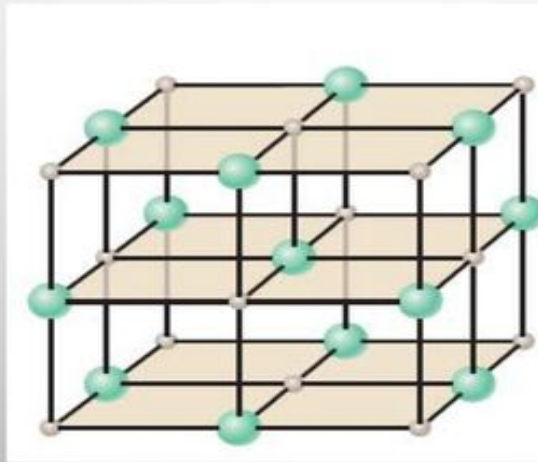
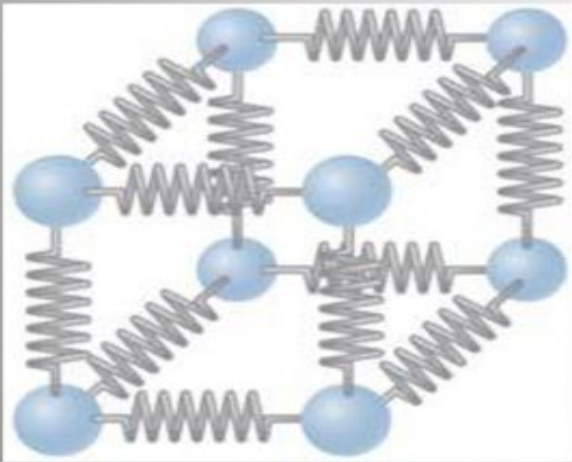
Материја

- Сва материја у природи има извесну дистрибуцију (распоред) атома и молекула у простору.
- **Зависно од јачине сила (електричних) између атома и молекула, они могу бити јаче и слабије повезани.**
- Постоје три агрегатна стања материје:
 - **чврсто**
 - **течно**
 - **гасовито**



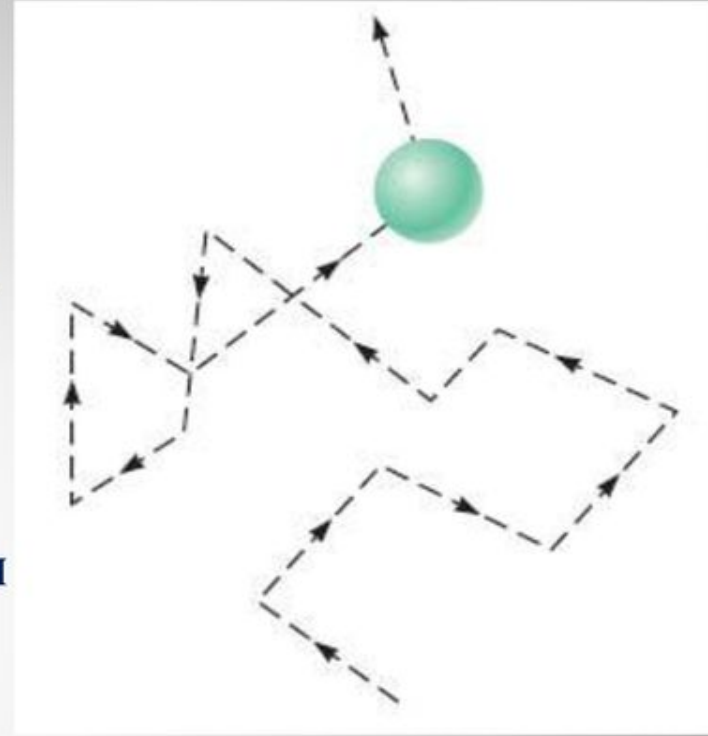
Чврста материја

- **Чврста тела – сталан облик и запремина.**
- Саставни делови материје - атоми и молекули - чврсто повезани и врше осцилаторно кретање око равнотежног положаја - еластична сила опруге.
- **У зависности од степена уређености**, чврста материја може бити **кристална** (тродимензионална уређеност) или **аморфна** (одсуство тродимензионалне уређености).



Течно стање

- **Течно стање** - распоред честица је сличан распореду у аморфном стању, с тиме што је допуштено и транслаторно кретање честица.
- **Односно, поред осциловања око равнотежних положаја честице се и у некој мери слободно крећу, при томе честице могу да размењују положаје и да стварају нове.**
- **Привлачне силе између атома и молекула су ипак довољно велике да држе честице на блиским растојањима.**
- **Деловање сила на течности узрокују промену облика, али не и запремине.**



Гасовито стање

- **Гасовито стање -** привлачне силе међу честицама знатно су слабије од њихове топлотне енергије па се честице слободно крећу испуњавајући целокупан расположиви простор.



- **Деловање сила на гасове проузрокује како промену облика тако и промену запремине.**

Флуиди

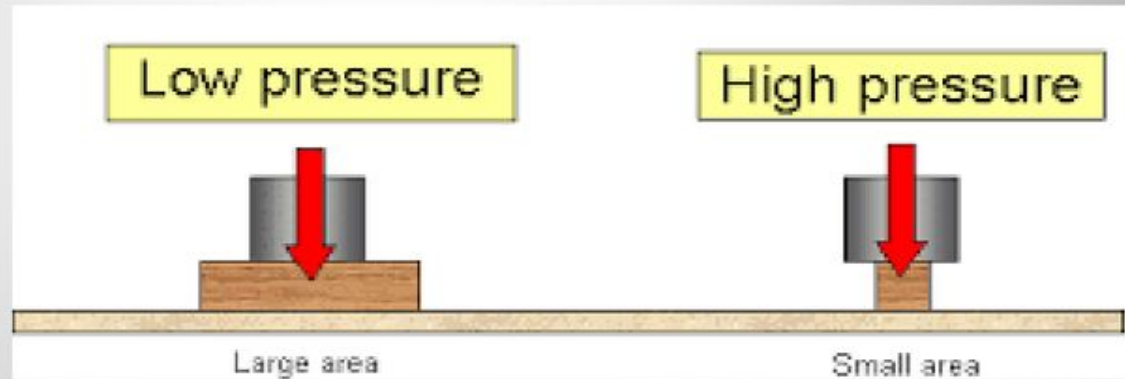
- **Дефиниција флуида:** на основу понашања када се нађу под дејством сила.
- **Флуид** - стање материје у коме она може да тече, и мења облик и запремину под дејством веома слабих сила.
- **Карактеристике флуида:**
 - лако се деформишу
 - не враћају се у претходни облик
 - могу да “теку”.
- **Флуиди су:**
 - **течности** - “стална” запремина и променљив облик;
 - **гасови** – променљиви и запремина и облик.
- **Механика флуида:**
 - **статика** – проучава равнотежу у флуидима.
 - **динамика** – кретање флуида.

Притисак

Притисак - скаларна величина која представља однос нормалне компоненте силе F и површине S на коју делује сила.

$$p = \frac{F}{S}$$

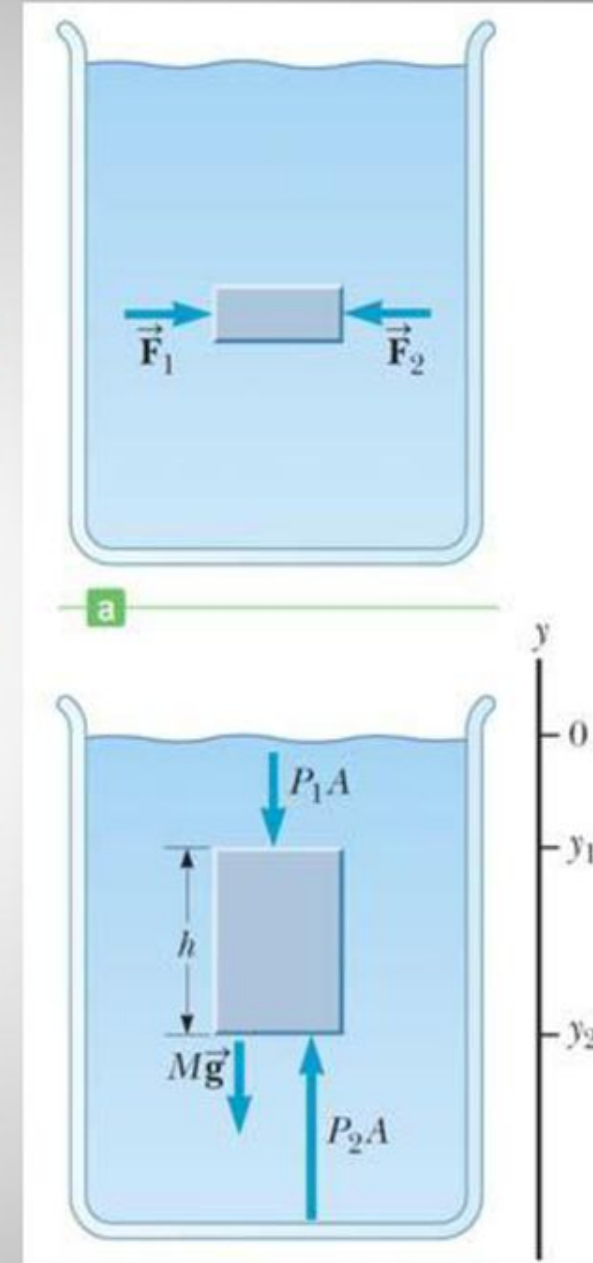
Јединица- Паскал - $Pa=N/m^2$



Једна иста сила примењена на различите површине има различит ефекат- производи различите притиске.

Хидростатички притисак

- Због деловања гравитационе силе на све честице (молекуле) течности сваки делић течности својом тежином врши притисак на делиће испод њега \Rightarrow притисак расте са дубином, а опада са порастом висине.
- Кад је флуид у равнотежи силе на издвојени део флуида у хоризонталном и вертикалном правцу се поништавају.



- Равнотежа сила дуж вертикалног правца:

$$\sum_i F_i = 0$$

$$\Rightarrow p_2 A = p_1 A + Q$$

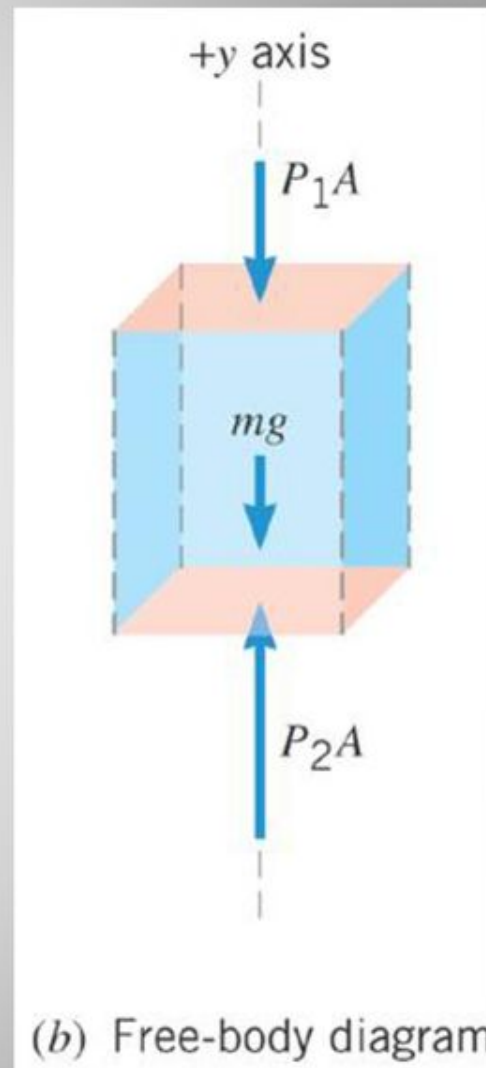
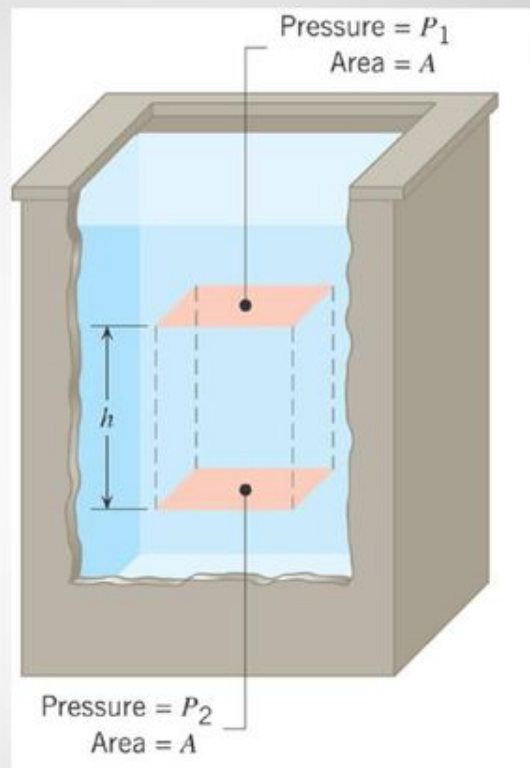
$$p_2 A - p_1 A = Q$$

$$p_2 A - p_1 A = mg$$

$$(p_2 - p_1)A - \rho g Ah = 0$$

$$(p_2 - p_1)A = \rho g Ah$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \rho gh$$



- Притисак који делује одоздо на издвојени део стуба флуида већи је од притиска који делује одозго за величину ρgh :

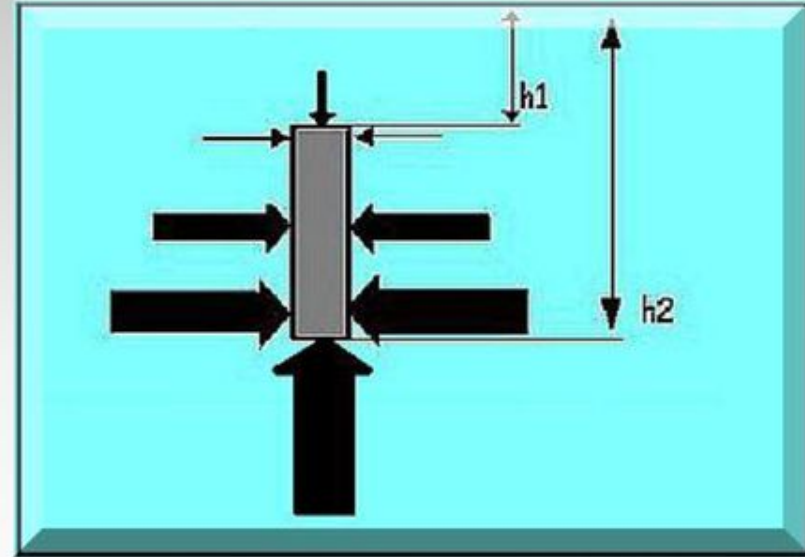
$$p_2 - p_1 = \rho gh$$

то је тежина стуба флуида.

$$\Rightarrow p = \frac{Q}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

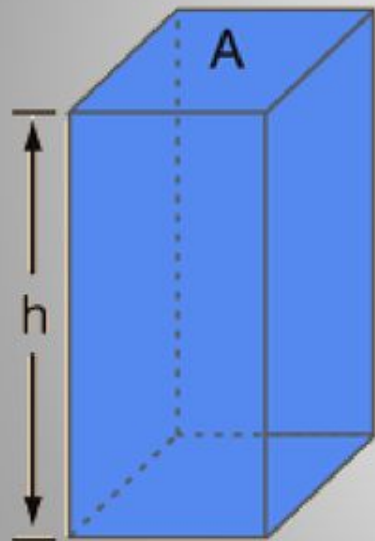


$$p = \rho gh$$



Притисак који потиче од тежине стуба флуида назива се хидростатички притисак

Притисак флуида густине ρ зависи само од дубине (односно висине h), али не и од укупне количине или тежине флуида (течности) у суду – на истој дубини притисак је исти.



$$V = hA = \text{volume}$$
$$\text{weight} = mg$$

Static fluid pressure does not depend on the shape, total mass, or surface area of the liquid.

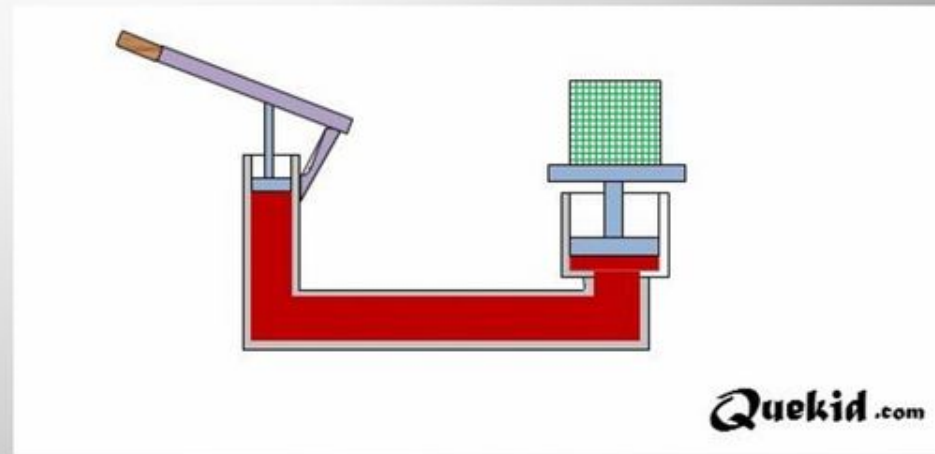
$$\text{Pressure} = \frac{\text{weight}}{\text{area}} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \rho gh$$



Паскалов закон

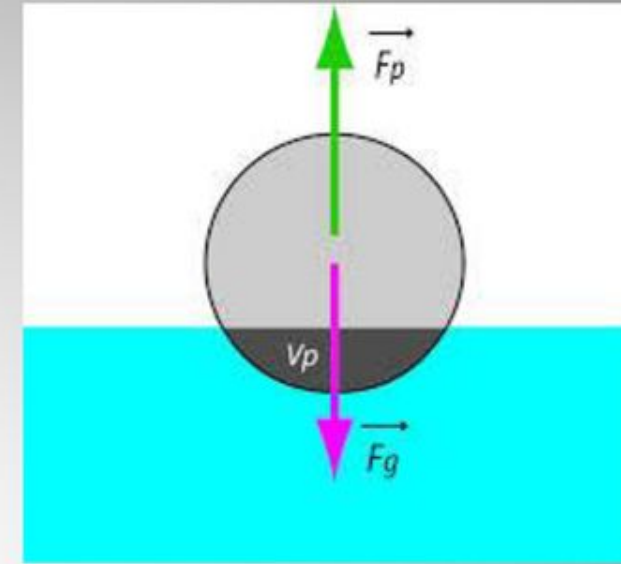
- Притисак у флуиду потиче од саме тежине течности и од деловања спољашње силе.
- Ако постоји повећање притиска услед деловања спољашње силе, то се преноси на све две делове флуида једнако, због чињенице да је притисак у флуиду исти на истој дубини флуида.
- **Паскалов закон:** је закон по којем се притисак у течностима шири на све стране подједнако, несмањеним интензитетом.

$$p = \frac{F}{S}$$



Потисак

- Са порастом дубине расте притисак – хидростатички притисак.
- Сила која делује на доњи део предмета је већа од оне која делује на горњи – резултујућа сила делује на горе.
- На сва тела потопљена у течности (флуид уопште) делује сила супротног смера од гравитационе које тежи да истисне тело из течности – **сила потиска**.
- Сила потиска је последица чињенице да хидростатички притисак расте са дубином, тј. њен узрок је разлика у хидростатичким притисцима који на уроњено тело делују на његовој горњој и доњој страни.



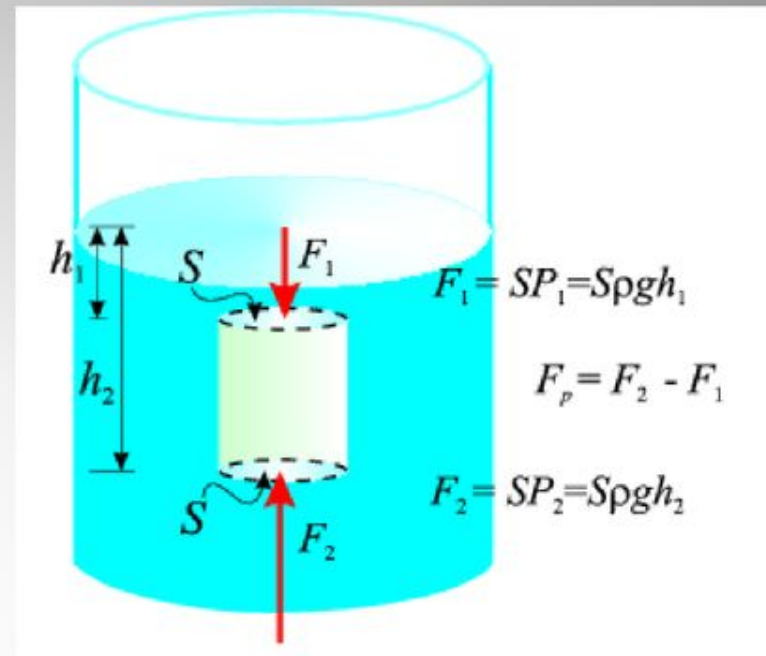
$$F_p = F_2 - F_1 = p_2 S - p_1 S$$

$$F_p = [(p_0 + \rho g h_2) - (p_0 + \rho g h_1)] S$$

$$F_p = \rho g (h_2 - h_1) S$$



$$F_p = \rho g h S$$



Сила потиска једнака је тежини истиснуте течности.

$$F_p = \rho g V = m_f g$$



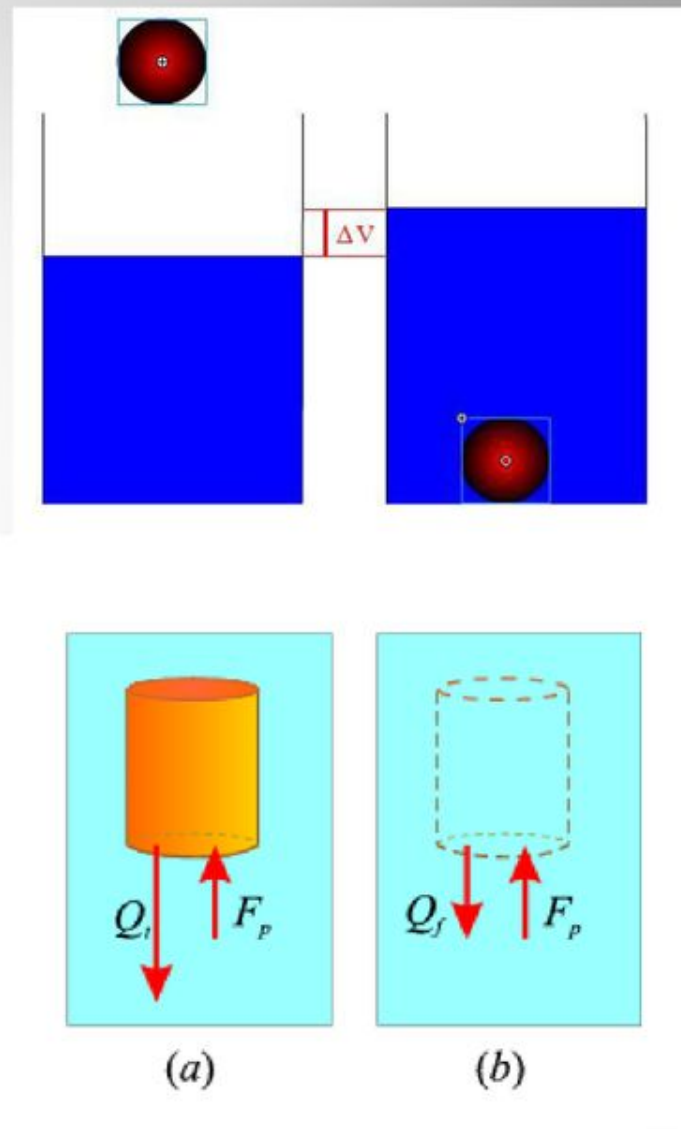
$$F_p = Q_f$$

Тела једнаких запремина трпе деловање једнаких сила.

Архимедов закон

- Када тело извадимо из флуида простор које је оно заузимало сада заузме флуид, његова тежина је компензована околним флуидом, па је сила потиска једнака тежини флуида који је дошао на место тела.
- **Архимедов закон:** на свако тело потопљено у течност делује сила потиска која је једнака тежини истиснуте течности.
- Другим речима, тело потопљено у течност бива лакше за вредност тежине истиснуте течности.

$$F_p = Q_f$$



$$\rho_t > \rho_f \Rightarrow Q_t > F_p$$

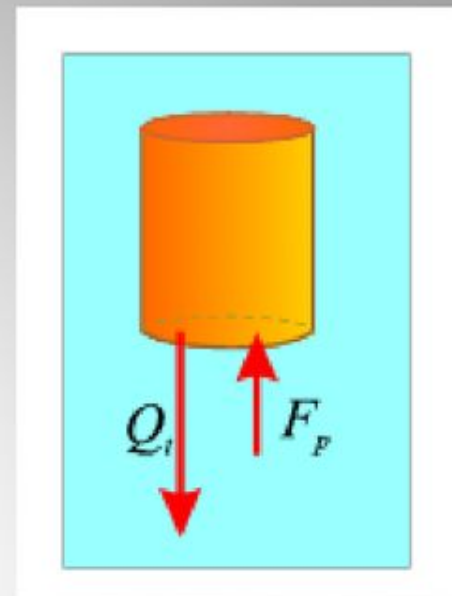
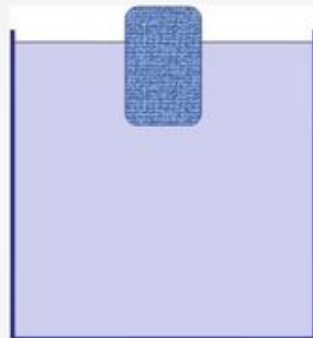
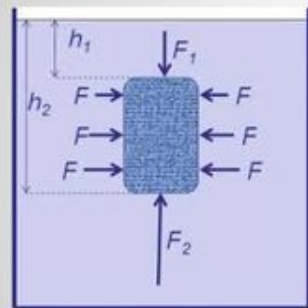
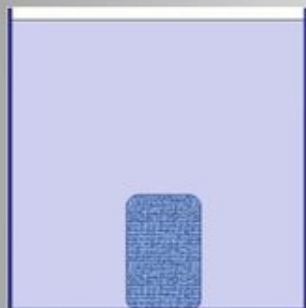
- тело тоне

$$\rho_t = \rho_f \Rightarrow Q_t = F_p$$

- тело лебди

$$\rho_t < \rho_f \Rightarrow Q_t < F_p$$

- тело плива



$$Q_{ef} = F_p - Q_t = (\rho_f - \rho_t)gV$$

Ефективна тежина тела

Грумен глине на води тоне.

Ако га обликујемо у облику брода, односно орахове љуске, пливаће.

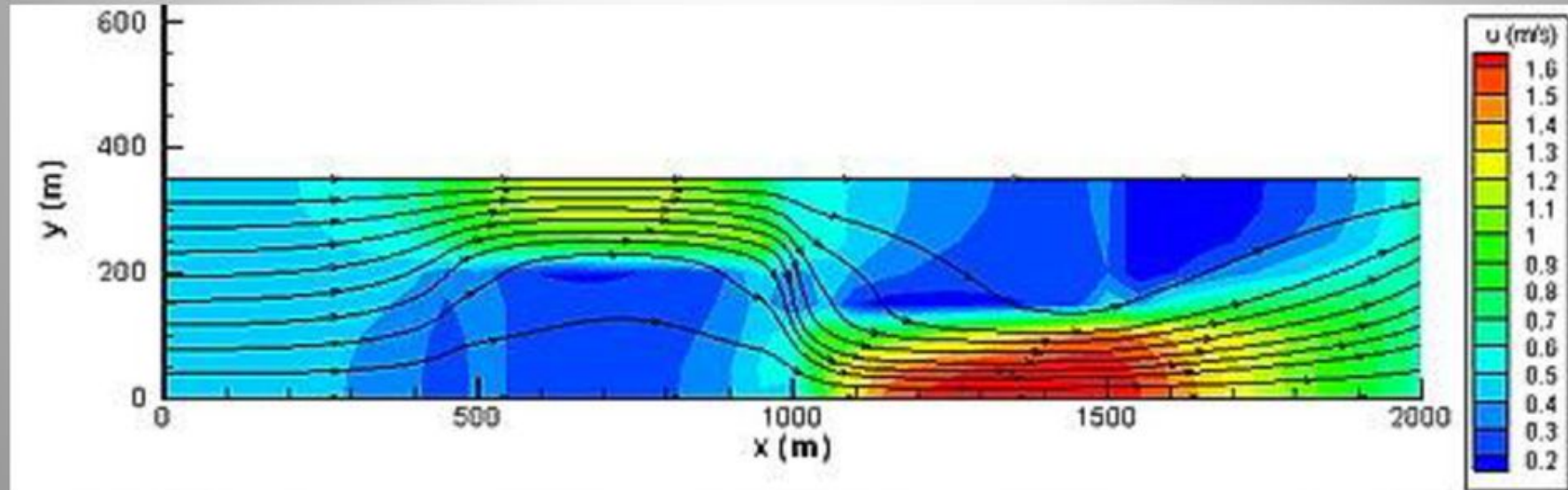
Разлог је што кад промени облик истискује више воде – већа је сила потиска.

Бродови иако су од челика – пливају на води.

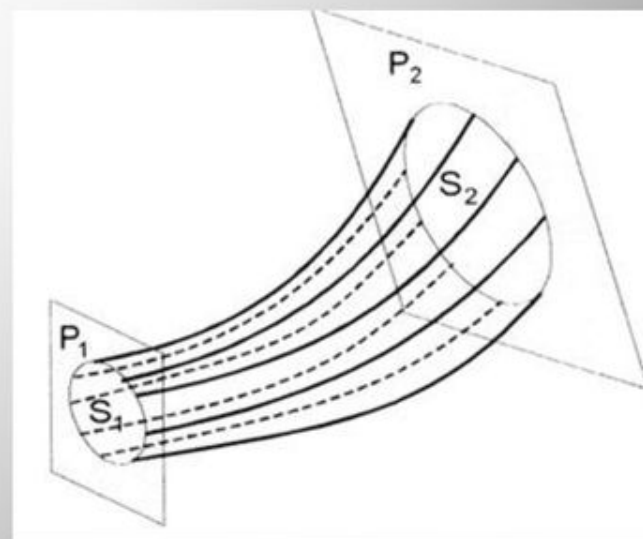
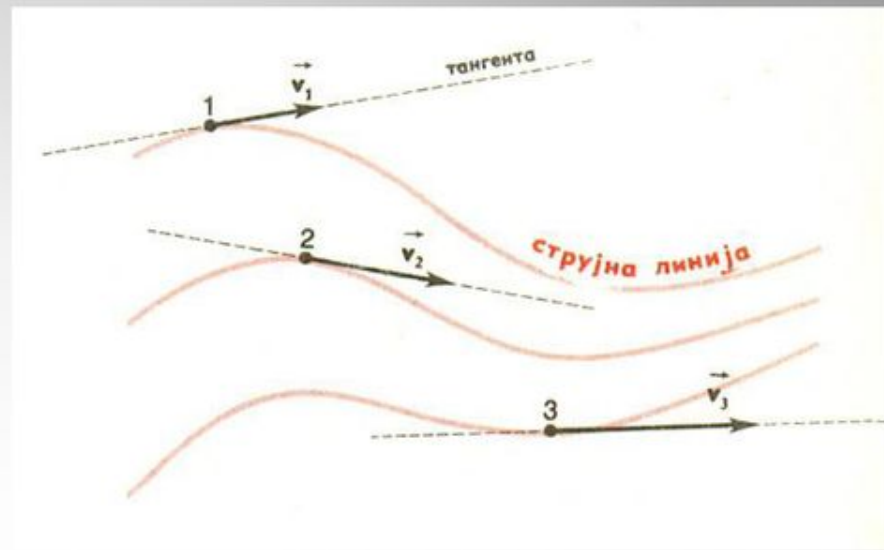


Динамика флуида

- Под утицајем силе флуиди се крећу, а правац и смер кретања зависи од смера и правца деловања силе и облика простора који заузимају.
- Поједини делови флуида могу се кретати различитим брзинама једни у односу на друге.



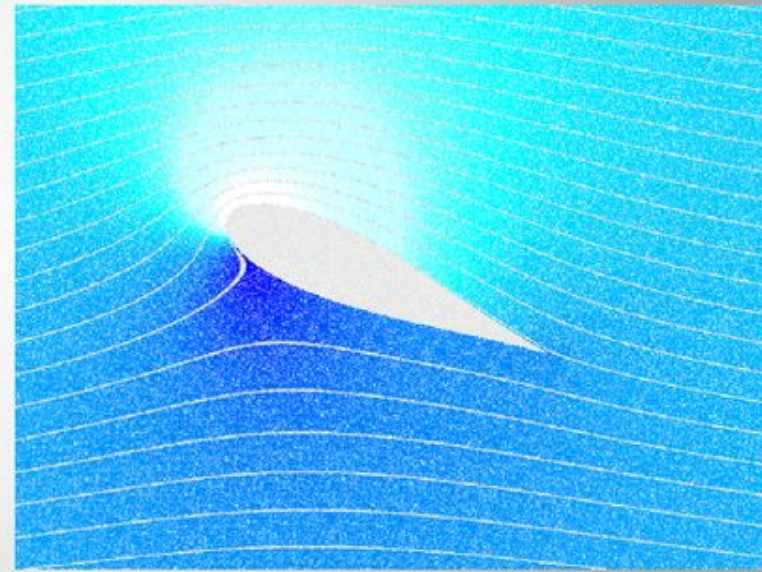
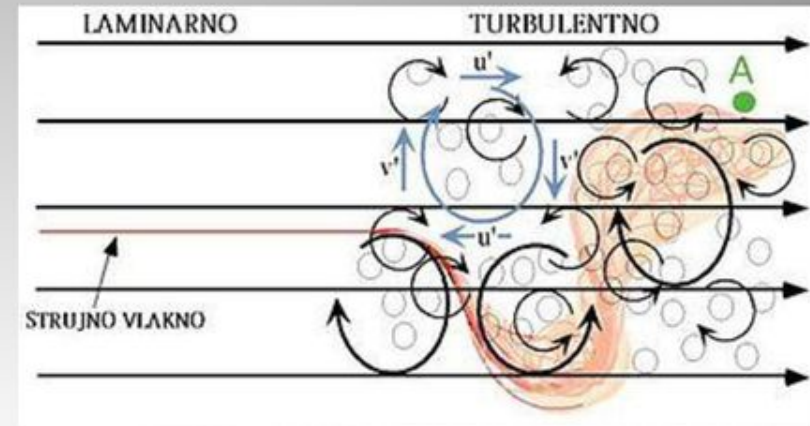
- Струјна линија је замишљена линија дуж које се крећу честице флуида.
- То је крива линија чија је тангента у свакој тачки колинеарна са вектором брзине.
- Брзина честица се мења дуж струјне линије по интензитету и по правцу.
- Струјна цев је део флуида ограничен струјним линијама, а број честица унутар струјне цеви је сталан.



Типови струјања

- **Ламинарно кретање** - кретање код кога се распоред струјних линија не мења у току времена - глатке су и непрекидне – слојеви флуида се не мешају - ниски интензитети струјања флуида.

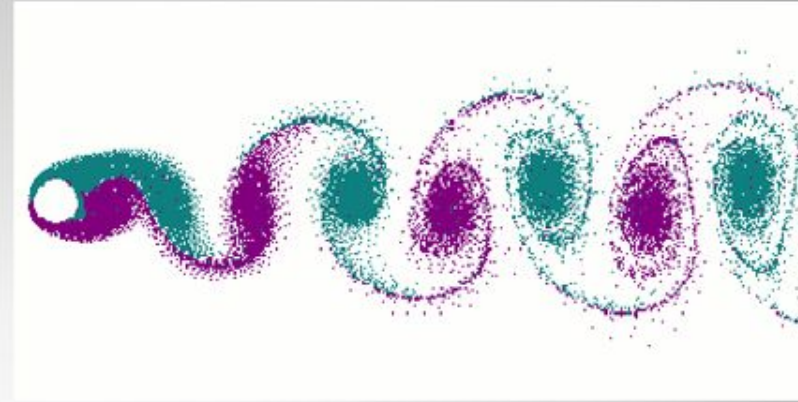
Последица је, мале брзине кретања флуида, препреке на путу не изазивају нагле промене брзине.



Проток флуида око авионског крила

Ламинарно кретање

- **Турбулентно кретање** - формирају се вртлози - слојеви се мешају - високи интензитети струјања. Последица је, препреке на путу флуида изазивају нагле промене брзине. Велике брзине флуида.



Турбулентно кретање

Типови флуида

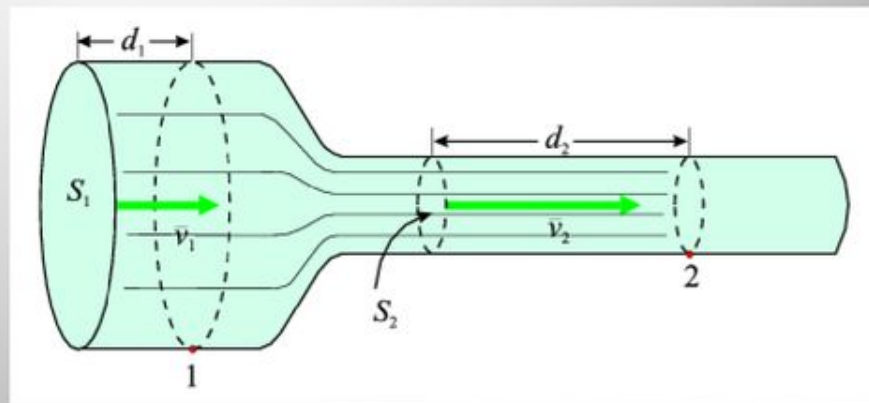
- **Нестишљиви флуид:** густина је константна.
- **Стишљиви:** густина је променљива.
Течности су практично нестишљиве, а гасови су стишљиви.
- **Иделан флуид:** може се занемарити унутрашње трење.
- **Реалан флуид:** постоји унутрашње трење- последица деловања међумолекуларних сила.

Проток флуида и брзина струјања

- Проток флуида је она количина (запремина) флуида која протекне кроз струјну цев у јединици времена:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Sd}{t} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Sv \quad \frac{m^3}{s}$$

- Због особина нестишљивости (густина флуида је иста у свим деловима струјне цеви) запремине протеклог флуида на два различита попречна пресека струјне цеви су једнаке - **запремински проток је константан.**



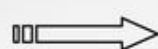
Једначина континуитета

$$\Delta V_1 = S_1 d_1 = S_1 v_1 \Delta t$$

$$\Delta V_2 = S_2 d_2 = S_2 v_2 \Delta t$$

Како је

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

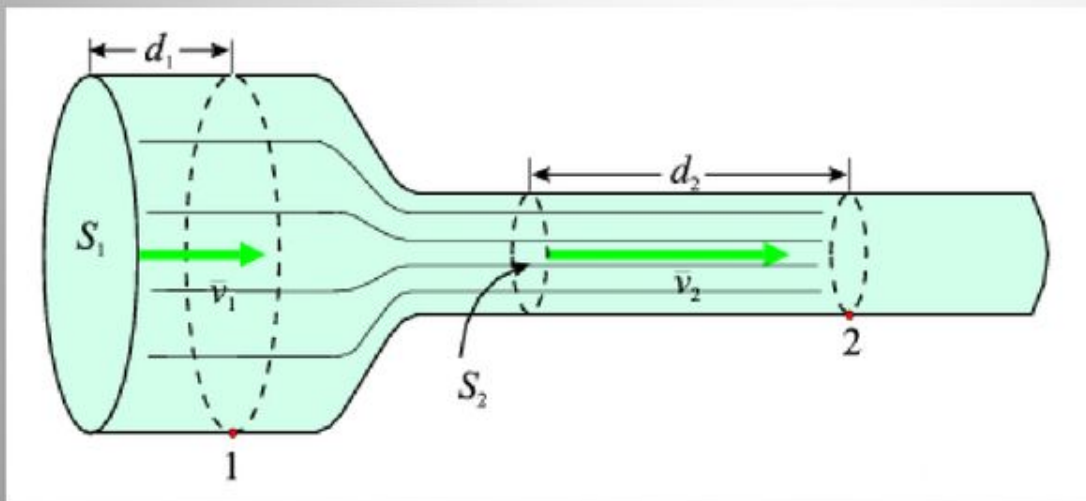


$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$



$$Sv = \text{const}$$

- Једначина континуитета
за нестишљиве флуиде



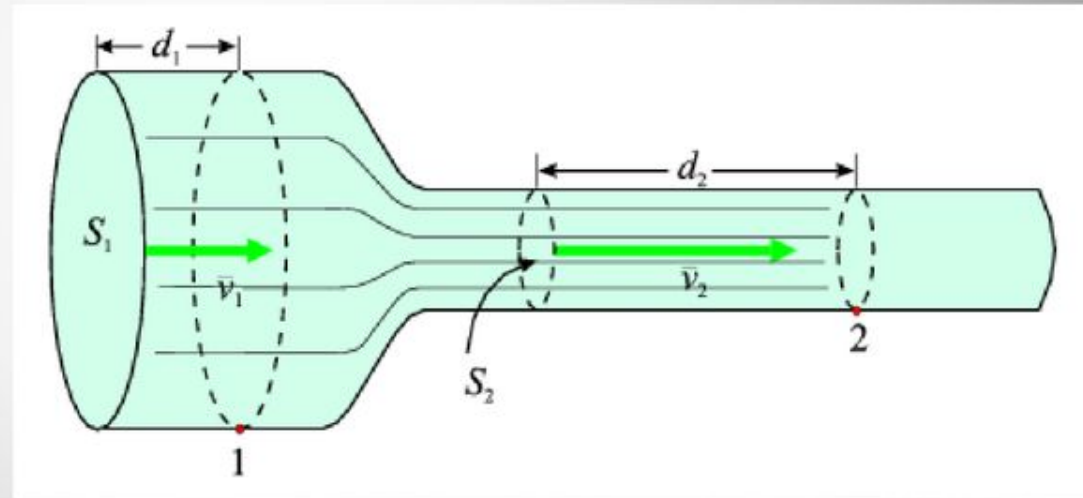
- У случају, када је флуид стишљив (има различиту густину, па тако и запремину у различитим деловима струјне цеви), узима се да је масени проток флуида на два различита пресека струјне цеви константан - колика маса у јединци времена прође кроз један попречни пресек струјне цеви, толика маса мора проћи кроз било који попречни пресек.

$$Q = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = \frac{\rho S d}{\Delta t} = \rho S v$$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \quad \Rightarrow$$

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

$$\rho S v = \text{const}$$

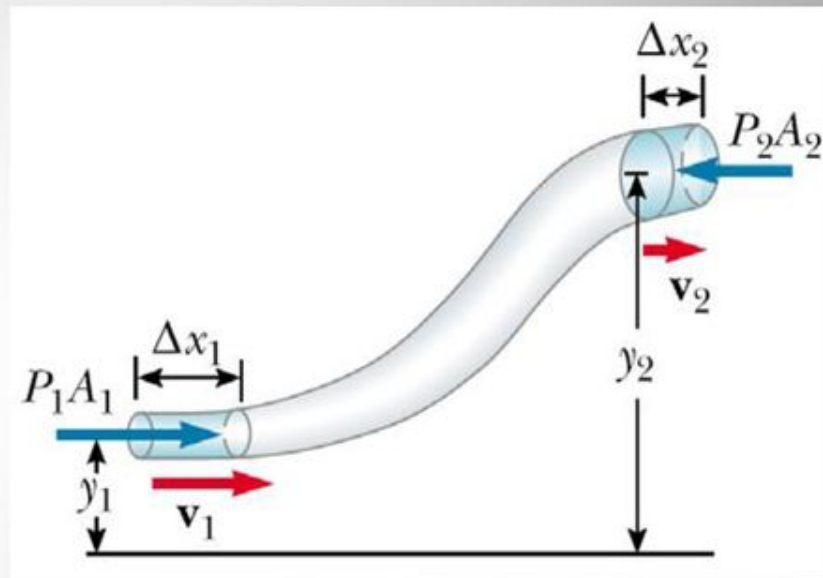


- Једначина континуитета
за стишљиве флуиде

- Нека за време Δt кроз пресек цеви S_1 и S_2 протекне маса флуида Δm .
- На основу једначине континуитета за нестишљиве флуиде важи :

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \frac{\Delta m}{\rho} \implies$$

$$\Delta m = \rho S_1 v_1 \Delta t = \rho S_2 v_2 \Delta t$$



- При протоку флуида, мења се његова кинетичка:

$$\Delta E_k = \frac{\Delta m v_2^2}{2} - \frac{\Delta m v_1^2}{2}$$

и гравитациона потенцијална енергија:

$$\Delta E_p = \Delta m g y_2 - \Delta m g y_1$$

- На основу закона одржања енергије, промена укупне енергије флуида ΔE је једнака промени кинетичке и потенцијалне енергије:

$$\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k \implies \Delta E = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g y_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g y_1$$

- Ова промена је једнака раду сила ΔA које се јављају услед разлике у притисцима.
- Рад ових сила једнак је:

$$\Delta A = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 \implies$$

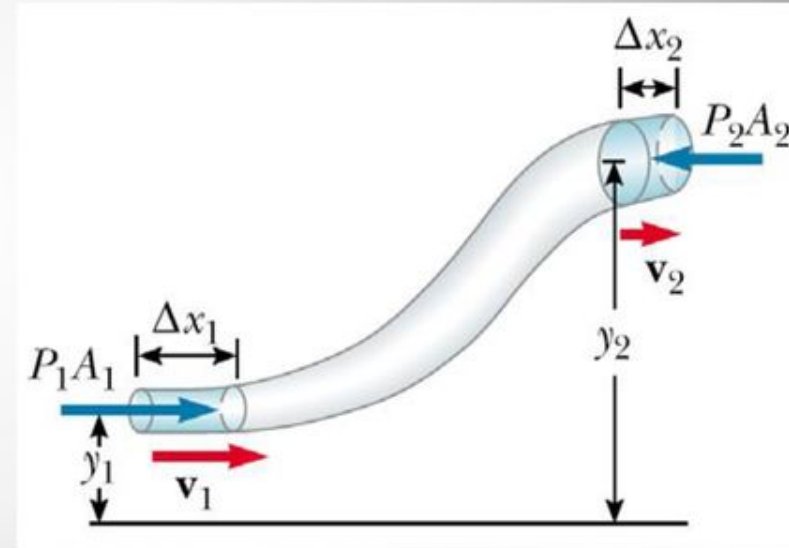
$$\Delta A = p_1 S_1 \Delta x_1 - p_2 S_2 \Delta x_2 \implies$$

- Како је: $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 \implies$

$$\Delta A = (p_1 - p_2) \Delta V$$

\implies

$$(p_1 - p_2) \Delta V = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g y_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g y_1$$



- Знак "-" је због супротног смера силе F_2 у односу на смер кретања флуида.

• Како је: $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ \Rightarrow $(p_1 - p_2) = \frac{\Delta m}{\Delta V} \frac{v_2^2}{2} + \frac{\Delta m}{\Delta V} g y_2 - \frac{\Delta m}{\Delta V} \frac{v_1^2}{2} - \frac{\Delta m}{\Delta V} g y_1$

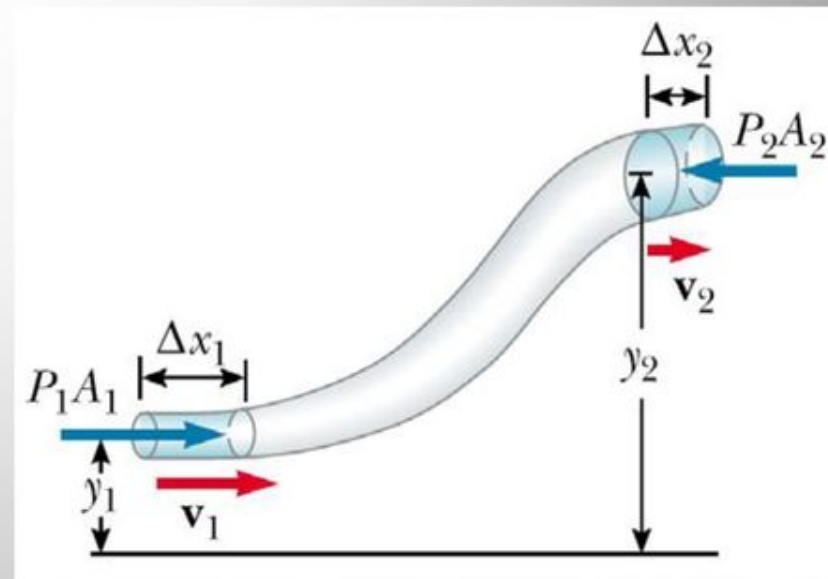
\Rightarrow $p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g y_2 - \frac{\rho v_1^2}{2} - \rho g y_1$

$\frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{\Delta m}{\Delta V} \frac{v^2}{2} = \frac{E_k}{\Delta V}$ - кинетичка енергија јединице запремине

$\rho g y = \frac{\Delta m}{\Delta V} g y$ - потенцијална енергија јединице запремине.

$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$

- **Директна последица закона одржања енергије**



- Код стационарног струјања нестишљивог флуида збир статичког p , висинског ρgh и динамичког $\rho v^2/2$ притиска дуж струјне цеви је сталан.

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gy = const \quad - \text{Бернулијева једначина}$$

- Или: сума притиска p , кинетичке енергије по јединици запремине $\rho v^2/2$ и потенцијалне енергије по јединици запремине ρgh нестишљивог флуида **има константну вредност дуж струјне цеви.**
- Важи за нестишљиве флуиде без унутрашњег трења.
- Под одређеним условима и гасови се могу сматрати нестишљивим.

Бернулијев принцип

- Из Бернулијеве једначине:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

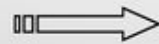
ако се флуид креће на истој висини (дубини) – нема промене гравитационе потенцијалне енергије, онда је: $h_1 = h_2$



$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

- Ако је брзина v_1 већа од v_2 , онда мора притисак p_2 да буде већи од притиска p_1 – **Бернулијев принцип.**

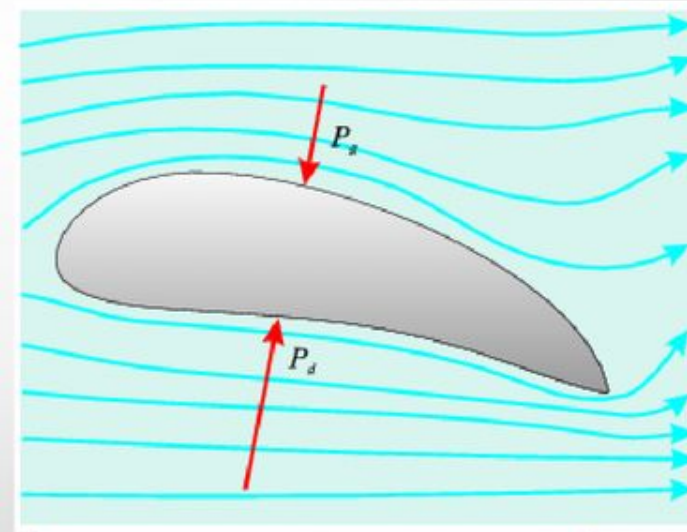
$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = p_2 - p_1$$



$$\frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = p_2 - p_1$$

Примена Бернулијевог принципа

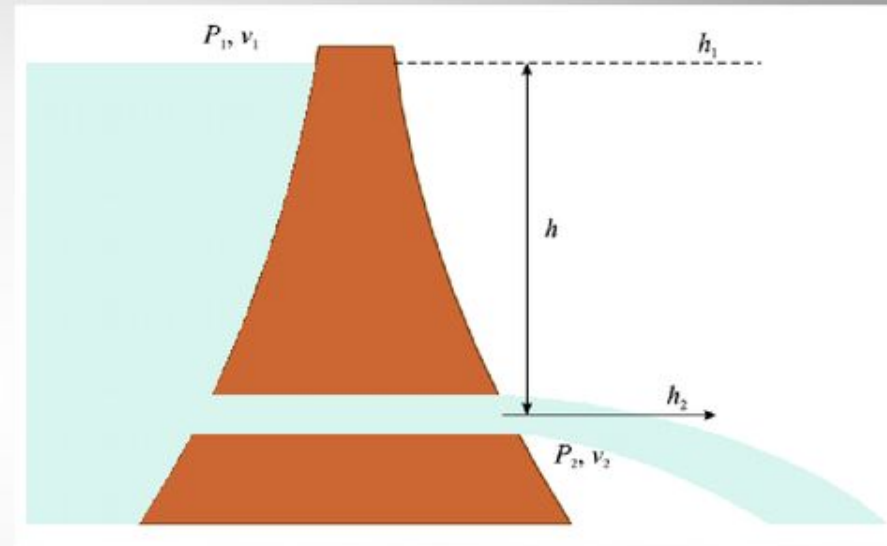
- Једрилице - горњи део крила је дужи, па **ваздух мора да струји брже преко њега** – тамо је **притисак нижи** него са доње стране где је брзина струјања мања.
- Јавља се резултујућа сила- **узгон** - делује на крило и издиже га.



$$\frac{1}{2} \rho (v_g^2 - v_d^2) = P_d - P_g$$

Торичелијева теорема – истицање флуида кроз отвор

- Истицање воде кроз отвор бране.
- Ниво воде бране на висини h_1 , а отвор за истицање воде на висини h_2 .
- Висина са које вода “пада” је h .
- Бернулијева једначина:



$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm}$$

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \rho g (h_1 - h_2)$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh$$

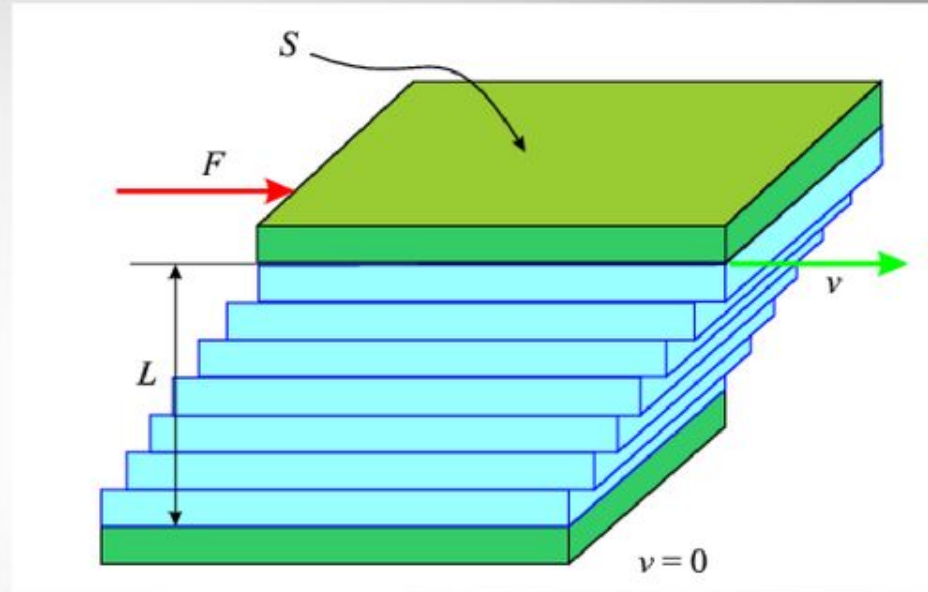
Торичелијева теорема (аналогија кинематика – хоризонтални хитац). 53

Реални флуиди. Вискозност.

- Различити флуиди различито теку - због силе трења унутар флуида и између флуида и његове околине.
- **Трење у флуиду - вискозно трење - вискозност.**
- **Идеални флуиди** – флуиди без вискозности.
- **Реални флуиди** – поседују особину унутрашњег трења.
- Прецизна дефиниција вискозности заснована је на појму ламинарног струјања.

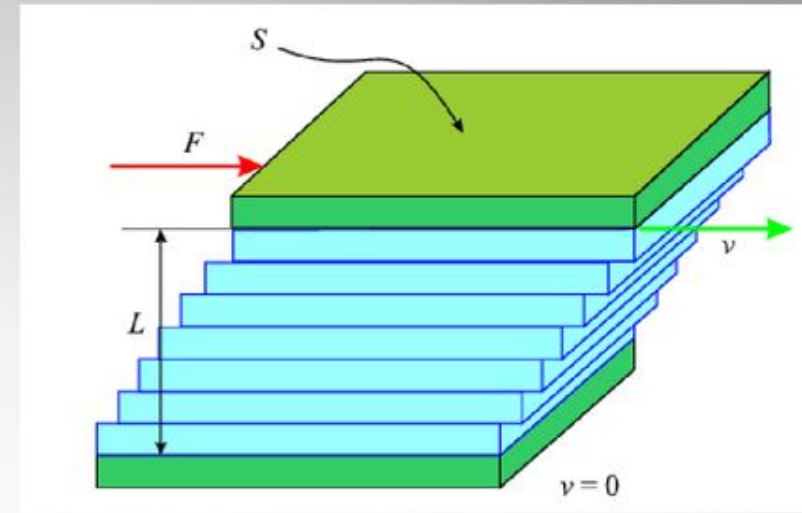
Њутнов закон вискозности

- Посматрамо ламинарно струјање између две плоче - горња се креће константном брзином, доња мирује.
- Сваки слој флуида трпи две силе трења - горњи слој га убрзава - доњи слој га успорава.
- У флуиду се успоставља расподела брзина, од брзине горње плоче до брзине доње плоче.



• Сила која помера највиши слој константном брзином зависи од четири фактора:

- брзине којом желимо да се креће плоча - v
- за померање плоче веће површине S потребна је већа сила – већа је количина флуида коју она помера
- обрнуто је пропорционална растојању између плоча - L
- зависи од карактеристика течности коју помера - коефицијент вискозности - η -јединица - $(\text{N/m}^2) \cdot \text{s}$



$$F = \eta S \frac{v}{L}$$

Њутонов закон вискозности

Отпор струјању флуида

- Шта изазива кретање флуида?
- **Разлика у притисцима између две тачке.**
- **Што је већа разлика притисака - већи је проток**

флуида:
$$Q = \frac{P_2 - P_1}{R}$$

- R – отпорност струјању флуида укључује све остале факторе који утичу на проток:
 - већа је код дужих цеви
 - већа је ако је већа вискозност
 - турбуленције је повећавају
 - повећање попречног пресека је смањује отпорност.

Поазејев закон

- Отпорност ламинарном протицању нестишљивог флуида вискозности η , кроз хоризонталну цев дужине l и константног полупречника (попречног пресека) r - попречног пресека дата је:

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

- Поазејев закон отпорности флуида за ламинарно струјање:

$$Q = \frac{P_2 - P_1}{R} \implies Q = \frac{(P_2 - P_1)\pi r^4}{8\eta l}$$